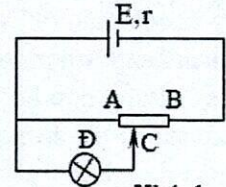


ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi có 02 trang, gồm 06 câu)

Câu 1 (1,5 điểm):

1. Cho mạch điện như hình 1, nguồn điện có suất điện động $E = 6V$ và điện trở trong $r = 1\Omega$. Đèn Đ ghi $3V - 3W$. Biến trở con chạy AB có điện trở toàn phần là $R = 7\Omega$, C là một con chạy có thể di chuyển từ A đến B, gọi điện trở của phần AC là R_x với $0 \leq R_x \leq 7\Omega$. Bỏ qua điện trở các dây nối.

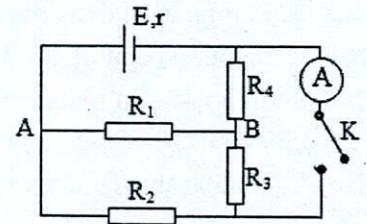


Hình 1

a. Cho $R_x = 2\Omega$. Tính cường độ dòng điện trong mạch chính.

b. Tính R_x để đèn sáng bình thường.

2. Cho mạch điện như hình 2, giá trị của các điện trở là $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 3\Omega$. Nguồn điện có suất điện động $E = 24V$, điện trở trong $r = 3\Omega$. Bỏ qua điện trở của ampe kế, các dây nối và khóa K. Đóng khóa K, tính số chỉ của ampe kế.

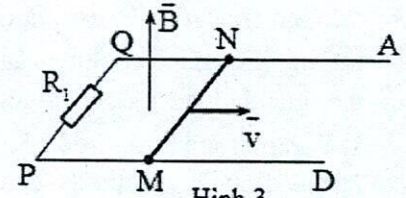


Hình 2

Câu 2 (2,0 điểm): Một hệ gồm: Hai thanh kim loại QA, PD đặt

song song, hai đầu P, Q nối với điện trở R_1 . Thanh kim loại thẳng MN, chiều dài l , điện trở R_2 , hai đầu M, N tiếp xúc vào hai thanh kim loại QA, PD. Hệ được đặt trong từ trường đều có vectơ cảm ứng từ \vec{B} (độ lớn bằng B) hướng thẳng đứng lên trên. Bỏ qua điện trở của các thanh kim loại QA, PD, chỗ tiếp xúc và các dây nối. Bỏ qua ma sát.

1. Hệ được đặt trên mặt phẳng nằm ngang. Cho MN chuyển động tịnh tiến dọc theo hai thanh kim loại với vận tốc v không đổi hướng ra xa điện trở R_1 . Trong quá trình chuyển động, MN luôn tiếp xúc và vuông góc với hai thanh kim loại như hình 3.

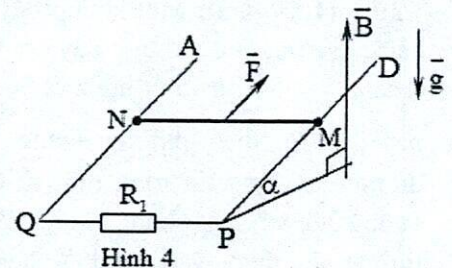


Hình 3

a. Xác định hiệu điện thế giữa hai đầu MN và chiều dòng điện qua thanh MN.

b. Thay điện trở R_1 bằng một nguồn điện không đổi có suất điện động E và có điện trở trong r , xác định cường độ dòng điện qua thanh MN.

2. Hệ được đặt trên mặt phẳng nghiêng (với góc nghiêng α so với mặt phẳng ngang), đồng thời tác dụng vào MN một lực \vec{F} (độ lớn bằng F) không đổi, hướng dọc theo mặt phẳng nghiêng để thanh chuyển động đi lên trên như hình 4. Trong quá trình chuyển động, hai đầu M, N luôn tiếp xúc và vuông góc với hai thanh kim loại QA, PD. Sau một thời gian, MN đạt vận tốc không đổi bằng v_0 . Biết khối lượng của thanh MN là m . Gia tốc trọng trường là g .



Hình 4

a. Tính v_0 .

b. Tính gia tốc của thanh MN tại thời điểm vận tốc của thanh bằng $\frac{v_0}{2}$.

Câu 3 (1,5 điểm).

1. Một vật sáng AB hình mũi tên đặt song song với một màn E và cách màn một khoảng L . Giữa AB và màn E đặt một thấu kính hội tụ tiêu cự f , sao cho trục chính của thấu kính đi qua A và vuông góc với màn E. Tịnh tiến thấu kính dọc theo trục chính, người ta thấy có hai vị trí của thấu kính đều cho ảnh rõ nét của AB trên màn.

a. Tìm điều kiện của L để bài toán thỏa mãn.

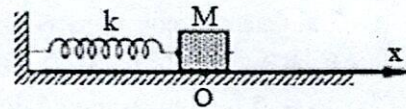
b. Biết khoảng cách giữa hai vị trí nói trên của thấu kính là a .

Tìm tiêu cự f của thấu kính theo L và a . Áp dụng bằng số: $L = 80\text{cm}$, $a = 40\text{cm}$.

2. Đặt điểm sáng S trước một thấu kính hội tụ có tiêu cự f , cách trục chính một khoảng $h = 2\sqrt{3}\text{ cm}$. Cho S chuyển động đều theo phương trục chính từ khoảng cách $3f$ đến $2f$ đối với thấu kính với tốc độ $v = \sqrt{3}\text{ cm/s}$, khi đó người ta thấy tốc độ trung bình của ảnh S' là $v' = 1\text{ cm/s}$. Tính tiêu cự f của thấu kính.

Câu 4 (2,0 điểm): Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang gồm lò xo nhẹ có độ cứng $k = 100\text{N/m}$ và vật 1 có khối lượng $M = 200\text{g}$. Vật 1 đang đứng yên ở vị trí O và lò xo không bị biến dạng. Chọn trục Ox như hình 5 và 6.

1. Trường hợp bỏ qua mọi ma sát. Kéo vật 1 dọc theo trục lò xo tới vị trí lò xo giãn 5cm , rồi thả nhẹ, vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox . Chọn gốc thời gian là lúc vật có li độ $2,5\text{cm}$ và đang tăng.

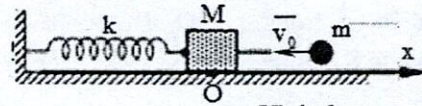


Hình 5

a. Viết phương trình dao động của vật.

b. Xác định thời điểm độ lớn lực kéo về bằng $2,5\sqrt{3}\text{N}$ lần thứ 2022 (tính từ lúc $t = 0$).

2. Trường hợp hệ số ma sát giữa vật 1 và mặt phẳng ngang là $\mu = 0,2$. Khi vật 1 đang đứng yên ở vị trí O , một vật 2 có khối lượng $m = 50\text{g}$ chuyển động thẳng đều theo phương ngang với vận tốc $v_0 = 2\text{m/s}$ tới va chạm hoàn toàn mềm với vật 1 (hình 6). Ngay sau va chạm, vật 2 nằm bên trong vật 1 và sau đó cùng dao động dọc theo trục Ox . Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



Hình 6

a. Tìm vận tốc của hệ vật ngay sau va chạm.

b. Tính độ lớn lực đàn hồi cực đại của lò xo.

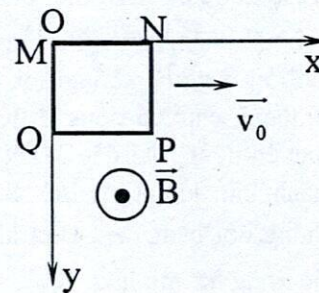
Câu 5 (1,5 điểm): Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ khối lượng m , sợi dây nhẹ không giãn, cách điện, có chiều dài $\ell = 1\text{m}$, được treo tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 10\text{ m/s}^2$. Bỏ qua lực cản môi trường, kích thích cho quả cầu dao động điều hòa với biên độ góc là $0,1\text{rad}$. Lấy $\pi^2 = 10$. Chọn gốc thời gian là lúc vật có li độ góc $\alpha = 0,05\text{rad}$ và đang tăng.

1. Viết phương trình li độ góc theo thời gian.

2. Xác định tốc độ cực đại của quả cầu.

3. Tại thời điểm quả cầu có vị trí có li độ $\alpha = -0,05\text{rad}$, xác định góc giữa vectơ gia tốc của vật và phương thẳng đứng.

Câu 6 (1,5 điểm): Một khung dây dẫn hình vuông $MNPQ$ có chiều dài mỗi cạnh là a ; khung dây có điện trở R , khối lượng m . Ban đầu khung dây ở vị trí như hình vẽ, truyền cho khung dây một vận tốc ban đầu \vec{v}_0 theo phương ngang. Khung dây chuyển động cắt các đường cảm ứng từ trong một từ trường có các đường cảm ứng từ vuông góc với mặt phẳng khung dây như hình vẽ. Cảm ứng từ của từ trường phụ thuộc vào tọa độ y theo quy luật $B = B_0(1 + ky)$, với B_0 , k là các hằng số dương. Bỏ qua ma sát và lực cản môi trường, trong quá trình chuyển động khung dây không thay đổi hình dạng và luôn chuyển động trong mặt phẳng thẳng đứng. Cho gia tốc rơi tự do là g .



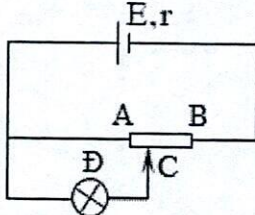
Viết phương trình biểu diễn sự phụ thuộc của thành phần vận tốc v_y (thành phần vận tốc theo trục Oy) của khung dây theo thời gian t .

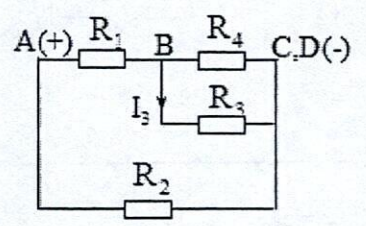
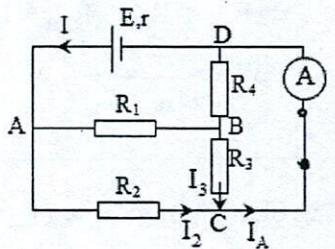
Hết

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

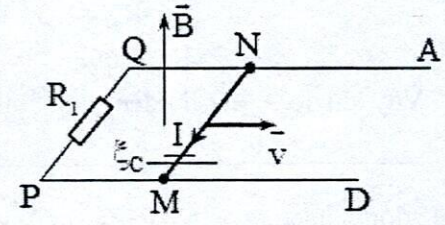
- Giám thị không giải thích gì thêm.

Câu 1 (1,5 điểm).

	Nội dung đáp án	Điểm	
1a.	$R_D = \frac{U_{dm}^2}{P_{dm}} = 3\Omega$ $R_X = 7 - 2 = 5\Omega$ $R_{AC} = \frac{R_X \cdot R_D}{R_X + R_D} = 1,2\Omega$ $\Rightarrow R_{AB} = R_{AC} + R_{CB} = 1,2 + 5 = 6,2\Omega$ $\Rightarrow I = \frac{E}{R_{AB} + r} = \frac{5}{6} A$		0,25
1b.	<p>Đèn sáng bình thường $U_D = U_{dm} = 3V \Rightarrow U_{AC} = 3V$</p> $R_{AC} = \frac{3R_X}{3 + R_X}$ <p>Điện trở mạch ngoài:</p> $R_N = R_{AC} + R_{CB} = \frac{3x}{3+x} + (7 - R_X)$ $\Rightarrow I' = \frac{E}{R_N + r}$ $U_{AC} = U_D = I' \cdot R_{AC} = \frac{6}{R_N + 1} \cdot \frac{3R_X}{3 + R_X}$	0,25	
	$\Leftrightarrow 3 = \frac{6}{R_N + 1} \cdot \frac{3R_X}{3 + R_X}$ $\Rightarrow R_X = 6\Omega$ <p>Vậy khi $R_X = 6\Omega$ thì đèn sáng bình thường.</p>	0,25	
2.	<p>Khi K đóng mạch ngoài: $[(R_3 // R_4) \text{nt} R_1] // R_2$.</p> <p>Điện trở mạch ngoài khi đó:</p> $R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = 1,5\Omega$ $R_{134} = R_{34} + R_1 = 4,5\Omega$ $R_N = \frac{R_{134} \cdot R_2}{R_{134} + R_2} = 1,8\Omega$ $I = \frac{E}{R_N + r} = 5A$ $U_N = I \cdot R_N = 9V$ $I_2 = \frac{U_2}{R_2} = 3A$	0,25	

	$I_{134} = \frac{U_{134}}{R_{134}} = 2A$ $I_{134} = I_{34} = \frac{U_{34}}{R_{34}}$ $U_{34} = I_{34}R_{34} = 2 \cdot 1,5 = 3V = U_3$ $\Rightarrow I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{3}{3} = 1A$	0,25
	<div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>Từ mạch vẽ lại suy ra chiều dòng điện trong mạch gốc như hình vẽ. Tại nút C</p> $\Rightarrow I_A = I_2 + I_3 = 3 + 1 = 4A$ <p>Chú ý: Phải có hình vẽ lại mạch, hoặc lập luận chứng tỏ chiều dòng điện từ B đến C hoặc B đến D (nếu xét tại nút D) mới được điểm 0,25.</p>	0,25

Câu 2 (2,0 điểm).

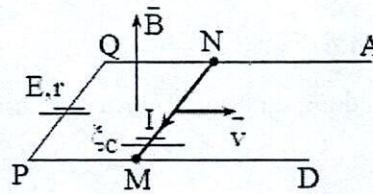
	Nội dung đáp án	Điểm
1a.	<p>Theo quy tắc bàn tay phải, ta vẽ được chiều dòng điện từ N đến M.</p> 	0,25
	$\xi_c = l.v.B.\sin(\vec{v}, \vec{B}) = l.v.B$ $\Rightarrow I = \frac{\xi_c}{R_1 + R_2} = \frac{l.v.B}{R_1 + R_2}$ $\Rightarrow U_{MN} = IR_1 = \frac{l.v.B}{R_1 + R_2} \cdot R_1$	0,25

1b.

$$\xi_c = l.v.B.\sin(\vec{v}, \vec{B}) = l.v.B$$

Trường hợp 1:

$$\Leftrightarrow I = \frac{\xi_c - E}{R_2 + r} = \frac{l.v.B - E}{R_2 + r}$$



Biện luận

+ Nếu $l.v.B - E > 0 \Leftrightarrow l.v.B > E \Leftrightarrow I > 0$ thì chiều dòng điện đúng như hình vẽ.

+ Nếu $l.v.B - E = 0 \Leftrightarrow l.v.B = E \Leftrightarrow I = 0$ thì không có dòng điện qua MN

+ Nếu $l.v.B - E < 0 \Leftrightarrow l.v.B < E \Leftrightarrow I < 0$ thì chiều dòng điện ngược chiều trên hình vẽ.

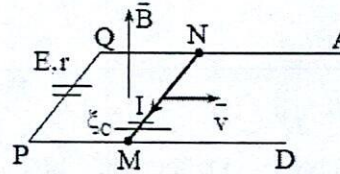
0,25

Chú ý:

Phải có biện luận (thể hiện hiểu rõ “sự tồn tại” của trường hợp này) mới được điểm 0,25.

Trường hợp 2:

$$\Leftrightarrow I = \frac{\xi_c + E}{R_2 + r} = \frac{l.v.B + E}{R_2 + r}$$



0,25

2a.

$$\xi_c = l.v.B.\sin(\vec{v}, \vec{B}) = l.v.B.\cos\alpha$$

$$\Rightarrow I = \frac{\xi_c}{R_1 + R_2} = \frac{l.v.B.\cos\alpha}{R_1 + R_2}$$

$$\Rightarrow F_t = I.l.B.\sin(\vec{l}, \vec{B}) = I.l.B = \frac{l^2.v.B^2.\cos\alpha}{R_1 + R_2}$$

0,25

Xét khi thanh MN đạt vận tốc không đổi

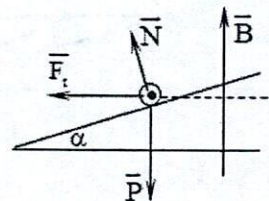
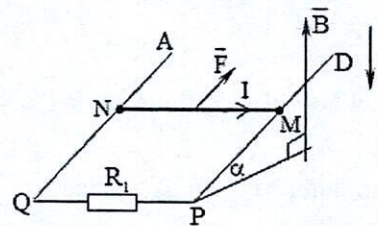
v_0

- Áp dụng định luật II Niu-ton cho thanh MN

$$\vec{F} \rightarrow F - mg.\sin\alpha - F_t.\cos\alpha = m.a = 0$$

$$\Leftrightarrow F - mg.\sin\alpha = F_t.\cos\alpha = \frac{l^2.v_0.B^2.\cos^2\alpha}{R_1 + R_2}$$

$$\Leftrightarrow v_0 = \frac{(F - mg.\sin\alpha)(R_1 + R_2)}{l^2.B^2.\cos^2\alpha}$$

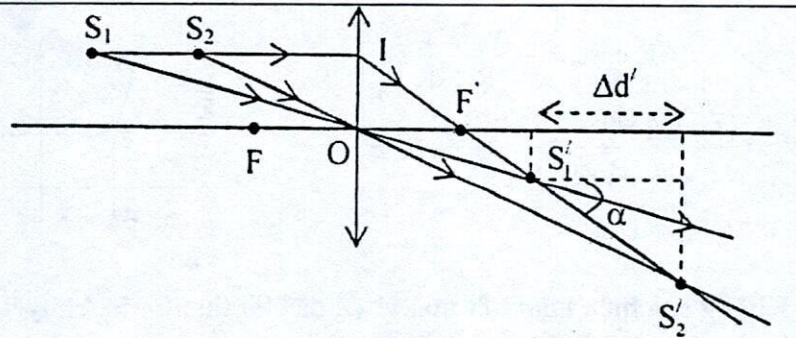


0,25

Không cần biện luận kết quả vì đề đã cho thanh MN chuyển động lên trên đến khi vận tốc không đổi nên chiều lên \vec{F} thì $v > 0$ nên chỉ có 1 trường hợp $\Leftrightarrow F > mg.\sin\alpha$. (*)

	<p>2b.</p> <p>Tại thời điểm $v = \frac{v_0}{2}$</p> <p>- Áp dụng định luật II Niu-ton cho thanh MN</p> $\vec{v} \rightarrow F - mg \cdot \sin \alpha - F_1 \cdot \cos \alpha = m \cdot a$ $\Leftrightarrow F - mg \cdot \sin \alpha - \frac{\ell^2 \cdot v_0 \cdot B^2 \cdot \cos^2 \alpha}{2(R_1 + R_2)} = m \cdot a$	0,25
	$\Leftrightarrow F - mg \cdot \sin \alpha - \frac{\ell^2 \cdot B^2 \cdot \cos^2 \alpha}{2(R_1 + R_2)} \cdot \frac{(F - mg \cdot \sin \alpha)(R_1 + R_2)}{\ell^2 \cdot B^2 \cdot \cos^2 \alpha} = m \cdot a$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}(F - mg \cdot \sin \alpha) = m \cdot a \Leftrightarrow a = \frac{F - mg \cdot \sin \alpha}{2 \cdot m}$ <p>Căn cứ theo (*) ở phần trên thì cũng không cần biện luận kết quả.</p>	0,25

Câu 3 (1,5 điểm).

	<p>a. - Ta có : $L = d + d' = d + \frac{df}{d-f} \Rightarrow d^2 - Ld + Lf = 0$ (1)</p> <p>- Để có hai vị trí của thấu kính đều cho ảnh rõ nét của AB trên màn thì phương trình (1) phải có 2 nghiệm phân biệt</p> $\Delta = L^2 - 4Lf > 0 \Rightarrow L > 4f$ (2) <p>b. Nghiệm của (1): $d_{1,2} = \frac{L \pm \sqrt{\Delta}}{2}$; $d_1 - d_2 = a$ (3)</p> <p>- Xác định được $\sqrt{\Delta} = a$ và rút ra được $d_1 = \frac{L+a}{2}$ (4)</p> <p>- Áp dụng công thức thấu kính: $\frac{1}{f} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{L-d_1}$ (5)</p> <p>- Kết hợp (4), (5) thu được : $f = \frac{L^2 - a^2}{4L}$</p> <p>- Áp dụng bằng số : $f = 15\text{cm}$.</p>	0,25 0,25
	 <p>+ Khi điểm sáng S di chuyển từ S_1 đến S_2 thì ảnh di chuyển từ S'_1 đến S'_2</p> <p>+ Quãng đường mà điểm sáng S đi được trong thời gian là:</p>	

	$S_1 S_2 = vt = \Delta d = d_2 - d_1 = 3f - 2f = f \quad (1)$	0,25
	<p>+ Độ dời của ảnh theo phương trục chính là:</p> $\Delta d' = d'_2 - d'_1 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} - \frac{d_1 f}{d_1 - f} = 0,5f$	
	<p>+ Quãng đường mà ảnh đi được là: $S'_1 S'_2 = \frac{\Delta d'}{\cos \alpha} \Leftrightarrow v't = \frac{f}{\cos \alpha} \quad (2)$</p>	0,25
	<p>+ Từ (1) và (2) ta có: $\frac{v}{v'} = 2 \cdot \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \alpha = 30^\circ$</p>	
	<p>+ Từ hình ta có: $\tan \alpha = \frac{OI}{OF} = \frac{h}{f} \rightarrow f = \frac{h}{\tan \alpha} = 6\text{cm}$</p>	0,25

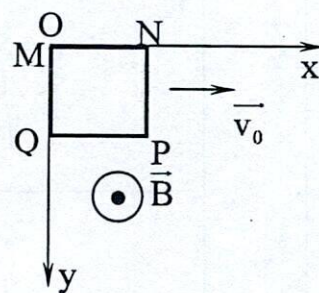
Câu 4 (2,0 điểm).

	Nội dung đáp án	Điểm
1a.	$A = 5\text{cm}$ $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{\frac{100}{0,2}} = 10\sqrt{5} \text{ rad/s}$	0,25
	$x = 2,5\text{cm} \text{ và đang tăng} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3}$ $x = 5 \cos\left(10\sqrt{5}t - \frac{\pi}{3}\right) \text{cm}$	0,25
1b.	$ F_{kv} = k x \Leftrightarrow 2,5\sqrt{3} = 100 x \Leftrightarrow x = \pm 2,5\sqrt{3} \text{ cm}$	0,25
	$\Rightarrow t = \left(\frac{2020}{4} \cdot 2\pi + \frac{\pi}{3} + \alpha\right) \frac{1}{\omega}$ <p>Với $\cos \alpha = \frac{2,5\sqrt{3}}{5} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$</p> $t \approx 141,9715\text{s}$	0,25
2a.	<p>Bảo toàn động lượng cho hệ ngay trước và ngay sau va chạm</p> $\vec{v}_0 \rightarrow mv_0 = (M+m)v \Leftrightarrow v = \frac{mv_0}{M+m} = 0,4\text{m/s} = 40\text{cm/s}$ <p>Chú ý:</p> <p>Nếu chiếu lên Ox thì $v = -\frac{mv_0}{M+m} = -0,4\text{m/s} = -40\text{cm/s}$</p>	0,25
2b.	<p>Áp dụng định lý biến thiên cơ năng cho hệ (ngay sau khi va chạm và tại vị trí lò xo nén cực đại ($\Delta \ell$))</p> $\Rightarrow \frac{1}{2} k \Delta \ell^2 - \frac{1}{2} (M+m)v^2 = A_{ms} = -F_{ms} \Delta \ell \quad (1)$	0,25

Áp dụng định luật II Niu-ton cho hệ vật, chiều lên phương vuông góc Ox (hướng lên) $\Rightarrow N = (M + m)g$ $\Rightarrow F_{ms} = \mu N = \mu(M + m)g = 0,2 \cdot 0,25 \cdot 10 = 0,5N$ Thay vào (1) $\Rightarrow \frac{1}{2}100 \cdot \Delta l^2 - \frac{1}{2} \cdot 0,25 \cdot 0,4^2 + 0,5\Delta l = 0$ $\Leftrightarrow 50 \cdot \Delta l^2 + 0,5\Delta l - 0,02 = 0 \Rightarrow \Delta l = 0,0156155m$	0,25
$\Leftrightarrow (F_{dh})_{max} = k \cdot \Delta l = 1,56155N$	0,25

Câu 5 (1,5 điểm).

Câu 6 (1,5 điểm): Một khung dây dẫn hình vuông MNPQ có chiều dài mỗi cạnh là a ; khung dây có điện trở R , khối lượng m . Ban đầu khung dây ở vị trí như hình vẽ, truyền cho khung dây một vận tốc ban đầu \vec{v}_0 theo phương ngang. Khung dây chuyển động cắt các đường cảm ứng từ trong một từ trường có các đường cảm ứng từ vuông góc với mặt phẳng khung dây như hình vẽ. Cảm ứng từ của từ trường phụ thuộc vào tọa độ y theo quy luật $B = B_0(1 + ky)$, với B_0 , k là các hằng số dương. Bỏ qua ma sát và lực cản môi trường, trong quá trình chuyển động khung dây không thay đổi hình dạng và luôn chuyển động trong mặt phẳng thẳng đứng. Cho gia tốc rơi tự do là g .

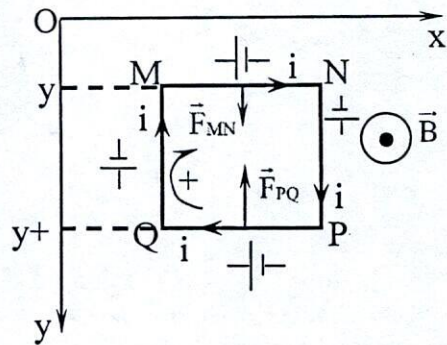


Viết phương trình biểu diễn sự phụ thuộc của thành phần vận tốc v_y (thành phần vận tốc theo trục Oy) của khung dây theo thời gian t .

BG

- Xét tại thời điểm t bất kì, cạnh MN ở vị trí có tọa độ y , thành phần vận tốc của khung theo trục Oy là v_y .
- Áp dụng quy tắc bàn tay phải ta xác định được chiều của các suất điện động cảm ứng trong mỗi cạnh của khung dây như hình vẽ.
- + Xét chuyển động của khung dây theo trục Ox (thành phần vận tốc theo trục Ox).
 Cạnh MN, PQ không tạo ra suất điện động cảm ứng.
 Do tính đối xứng suất điện động cảm ứng do hai cạnh MQ và NP tạo ra có độ lớn bằng nhau. $|\xi_{NP}| = |\xi_{QN}|$
- + Xét chuyển động của khung dây theo trục Oy (thành phần vận tốc theo trục Oy).
 Cạnh QM, NP không tạo ra suất điện động cảm ứng.
 Suất điện động cảm ứng do cạnh MN tạo ra $\xi_{MN} = av_y B_0(1 + ky)$
 Suất điện động cảm ứng do cạnh PQ tạo ra $\xi_{PQ} = av_y B_0 [1 + k(y + a)]$

- Chọn chiều dương trong mạch (trong khung dây) như hình vẽ. Gọi cường độ dòng điện trong khung tại thời điểm xét là i .
- Áp dụng định luật Ôm cho toàn mạch, ta được:



Hình vẽ lực từ tác dụng lên các cạnh theo chiều

$$\begin{aligned} \xi_{PQ} - \xi_{QM} - \xi_{MN} + \xi_{NP} &= iR \\ \Leftrightarrow av_y B_0 [1+k(y+a)] - av_y B_0 (1+ky) &= iR \\ \Leftrightarrow kB_0 a^2 v_y &= iR \\ \Leftrightarrow i &= \frac{kB_0 a^2 v_y}{R} \quad (1) \end{aligned}$$

- Áp dụng quy tắc bàn tay trái ta xác định được lực từ tác dụng lên cạnh MN, PQ của khung dây như hình vẽ.

$$\begin{aligned} F_{MN} &= iaB_0(1+ky) \\ F_{PQ} &= iaB_0[1+k(y+a)] \end{aligned}$$

Lực từ tác dụng lên hai cạnh MQ và NP cùng có phương nằm ngang, cùng độ lớn, ngược chiều.

Vậy theo trục Ox tổng hợp các lực tác dụng lên khung dây bằng không, do đó thành phần vận tốc của khung dây theo trục Ox luôn không đổi và bằng v_0

Xét theo trục Oy, áp dụng định luật II Niuton cho khung, ta có:

$$\begin{aligned} F_{MN} + P - F_{PQ} &= ma_y = my'' \\ \Leftrightarrow iaB_0(1+ky) - iaB_0[1+k(y+a)] + mg &= my'' \\ \Leftrightarrow -iaB_0ka + mg &= my'' \quad (2) \end{aligned}$$

Thay (1) vào (2), ta được

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow mg - kB_0 a^2 \frac{kB_0 a^2 v_y}{R} &= my'' \\ \Leftrightarrow mg - \frac{k^2 B_0^2 a^4}{R} y' &= my'' \quad (\text{vì } y' = v_y) \end{aligned}$$

Đặt $Y = y' \Rightarrow Y' = y''$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow mg - \frac{k^2 B_0^2 a^4}{R} Y &= mY' \\ \Leftrightarrow Y' &= g - \frac{k^2 B_0^2 a^4}{mR} Y \quad (1) \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } A = \frac{k^2 B_0^2 a^4}{mR} \Rightarrow Y' = g - AY$$

$$(1) \Leftrightarrow Y' = g - AY = -A \left(Y - \frac{g}{A} \right) \quad (2)$$

Đặt $Z = Y - \frac{g}{A} \Rightarrow Z' = Y'$, ta được

$$\Leftrightarrow Z' = -AZ \Leftrightarrow \frac{dZ}{dt} = -AZ \Leftrightarrow \frac{dZ}{Z} = -A dt$$

$$\Leftrightarrow Z = Ce^{-At} \Leftrightarrow Y - \frac{g}{A} = Ce^{-At} \Leftrightarrow y' = \frac{g}{A} + Ce^{-At}$$

$$\Leftrightarrow y' = v_y = \frac{g}{A} + Ce^{-At}$$

(Có thể dùng phương pháp thử nghiệm, từ phương trình $Z' = -AZ$ ta có nghiệm

$$Z = Ce^{-At} \Leftrightarrow Y - \frac{g}{A} = Ce^{-At} \Leftrightarrow y' = \frac{g}{A} + Ce^{-At} \Leftrightarrow y' = v_y = \frac{g}{A} + Ce^{-At})$$

Tại $t = 0$, $v_y = 0$, ta có

$$0 = \frac{g}{A} + Ce^{-A \cdot 0} \Leftrightarrow C = \frac{-g}{A}$$

$$\text{Vậy } v_y = \frac{g}{A} (1 - e^{-At}) = \frac{mgR}{k^2 B_0^2 a^4} \left(1 - e^{-\frac{k^2 B_0^2 a^4}{mR} t} \right)$$