

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

Thời gian :180 phút (không kể thời gian giao đề)  
(Đề thi có 1 trang, gồm 5 câu)

Ngày thi: 25 tháng 4 năm 2022

**Câu 1(4 điểm)**

a) Hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh bằng  $2\sqrt{2}$ , SA vuông góc với mặt đáy, SA=1. Gọi E và F là trung điểm của AB và BC. Tính góc và khoảng cách giữa hai đường thẳng SE và AF.

b) Tìm họ các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x+3}{x^2-1}$

c) Hàm số f(x) có đạo hàm liên tục trên R, f(6)=1 và  $\int_0^1 x.f(6x)dx = 1$ . Tính

$$\int_0^6 x^2 f'(x)dx$$

**Câu 2 (1,5 điểm)** Giả sử hàm số f liên tục trên R, không là hàm hằng và thỏa mãn  $f(xf(y)) = y.f(x), \forall x, y \in R$ . Chứng minh rằng f đơn ánh và tìm f.

**Câu 3(1,5 điểm)** Với mỗi số nguyên dương n, kí hiệu  $S_n$  là số các bộ số nguyên  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau đây:

1)  $|a_i| \leq 1, \forall i = 1, 2, \dots, n$

2)  $|a_i - a_{i+1}| \leq 1, \forall i = 1, 2, \dots, n-1$

Tìm giá trị của  $S_1, S_2$  và tìm  $S_n$  theo n.

**Câu 4( 2 điểm)**

a) Chứng minh rằng nếu p là ước nguyên tố lẻ của  $n^4 + 1$  (n là số tự nhiên) thì p chia cho 8 dư 1.

b) Tìm các số nguyên dương x, y và số nguyên tố p sao cho  $xy^3 = p(x+y)$

**Câu 5(1 điểm)** Cho đường tròn (O) và hai điểm B, C cố định nằm trên (O), điểm A thay đổi trên (O) sao cho tam giác ABC nhọn. Gọi E và F là chân đường cao kẻ từ B và C. Đường tròn (I) thay đổi đi qua E và F và cắt cạnh BC tại hai điểm M, N. Gọi H là trực tâm tam giác ABC và P, Q là giao điểm của (I) với đường tròn (HBC). Đường tròn (K) đi qua P, Q và tiếp xúc với (O) tại T (T cùng phía với A đối với đường thẳng PQ). Chứng minh rằng đường phân giác trong của góc MTN luôn đi qua một điểm cố định.

