

-----

Môn: Toán, lớp 11A1. Thời gian: 180 phút

Năm học 2018 – 2019

Ngày thi 26/11/2018.

-----

**Câu 1. (1 điểm)** Giải phương trình:  $(2\cos x - 1)(2\sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$ .

**Câu 2. (1 điểm)** Cho khai triển  $(1 + 2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ ,  $n \geq 1$ . Biết  $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3)$

Tìm tổng  $A = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$

**Câu 3. (1 điểm)** Cho  $n$  là số nguyên dương thỏa mãn  $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + C_{2n+1}^5 + \dots + C_{2n+1}^{2n-1} = 4096$ . Tìm hệ số của  $x^{10}$  trong khai triển  $(x-2)^{2n+1}$ .

**Câu 4. (1 điểm)** Đội văn nghệ của một lớp có 5 bạn nam và 7 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn tham gia biểu diễn. Tính xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam và nữ, đồng thời số nam nhiều hơn số nữ.

**Câu 5. (1 điểm)** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 5, 6, 7, 8, 9. Tính tổng tất các số thuộc tập  $S$ .

**Câu 6. (3 điểm)** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , tâm  $O$ .  $SA = SB = SC = SD = a$ . Gọi  $M$  là một điểm trên đoạn  $AO$ .  $(P)$  là mặt phẳng qua  $M$  và song song với  $AD$  và  $SO$ . Đặt

$$\frac{AM}{AO} = k \quad (0 < k < 1).$$

- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$ .
- Chứng minh thiết diện của hình chóp và mặt phẳng  $(P)$  là hình thang cân.
- Tính diện tích  $S$  của thiết diện nói trên. Chứng minh rằng  $S < \frac{\sqrt{2}a^2}{4}$ .

**Câu 7. (1 điểm)** Cho tổng  $S = 1^2 \cdot C_{2018}^1 \cdot 2^0 + 2^2 \cdot C_{2018}^2 \cdot 2^1 + 3^2 \cdot C_{2018}^3 \cdot 2^2 + \dots + 2018^2 \cdot C_{2018}^{2018} \cdot 2^{2017} = 2018 \cdot 3^a \cdot (2b+1)$ , với  $a, b$  là các số nguyên dương và  $(2b+1)$  không chia hết cho 3. Tính  $a+b$ .

**Câu 8. (1 điểm)** Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

A. 9333420

B. 46666200

C. 9333240

D. 46666240

A.  $n = 100$

B.  $n = 98$

C.  $n = 99$

D.  $n = 101$

HD: b)  $a; (1 - k)a; \frac{ka\sqrt{3}}{2}$  c)  $k = \sqrt{3} - 1; \frac{a^2\sqrt{6}}{9}$

A.  $\frac{245}{792}$

B.  $\frac{210}{792}$

C.  $\frac{549}{792}$

D.  $\frac{582}{792}$  A.  $\frac{11}{630}$  B.

$\frac{1}{126}$

C.  $\frac{1}{105}$

D.  $\frac{1}{42}$

### Lời giải

Kí hiệu học sinh lớp 12A, 12B, 12C lần lượt là A, B, C.

Số cách xếp 10 học sinh thành 1 hàng ngang là  $10!$  (cách)  $\Rightarrow |\Omega| = 10!$

Ta xếp 5 học sinh lớp 12C trước.

TH1:  $C-C-C-C-C-$  (quy ước vị trí của  $-$  là vị trí trống), đổi chỗ 5 học sinh đó cho nhau ta có  $5!$  Cách xếp.

Xếp 5 học sinh còn lại vào 5 vị trí trống ta có  $5!$  cách xếp. Vậy trường hợp này có  $5!.5!$  cách.

TH2:  $-C-C-C-C-C$ , tương tự như trường hợp 1 ta có  $5!.5!$  cách.

TH3:  $C-C-C-C--C$ , đổi chỗ 5 học sinh đó cho nhau ta có  $5!$  Cách xếp.

Ta có 2 vị trí trống liền nhau, chọn 1 học sinh lớp 12A và 1 học sinh lớp 12B để xếp vào 2 vị trí trống đó, 2 học sinh này có thể đổi chỗ cho nhau nên có  $C_2^1.C_3^1.2! = 2.3.2 = 12$  cách. Xếp 3 học sinh còn lại vào 3 chỗ trống có  $3!$  Cách.

Vậy trường hợp này có  $5!.12.3!$  cách.

TH4:  $C-C-C--C-C$

TH5:  $C-C--C-C-C$

TH6:  $C--C-C-C$

Ba trường hợp 4, 5, 6 có cách xếp giống trường hợp 3.

Vậy có tất cả  $5!.5!.2 + 4.5!.12.3! = 63360$  (cách)

Gọi T là biến cố “Xếp 10 học sinh thành hàng ngang sao cho không có học sinh nào cùng lớp đứng cạnh nhau”  $\Rightarrow |A| = 63360$

Vậy xác suất của biến cố T là  $P(T) = \frac{63360}{10!} = \frac{11}{630}$