

Câu 1. (1,5 điểm) Tìm hàm số $f: R \rightarrow R$ sao cho

$$f(0) = 1; f(xy + 1) = f(x).f(y) - f(y) - x + 2 \quad \forall x, y$$

Câu 2. (2,5 điểm)

a) Xác định dạng của tam giác ABC nếu biết $a \cos B - b \cos A = a \sin A - b \sin B$

b) Cho tam giác ABC có $A = 30^\circ$, trung tuyến BB' vuông góc với trung tuyến CC'. Tính $\cot B + \cot C$.

Câu 3. (1,5 điểm)

Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn, mỗi số gồm 6 chữ số đôi một khác nhau mà tổng 3 chữ số cuối nhỏ hơn tổng 3 chữ số đầu 3 đơn vị.

Câu 4. (3,0 điểm)

a) Cho hình vuông ABCD có độ dài cạnh bằng 1. M là trung điểm AB. Trên đường chéo AC lấy N sao cho $\overline{AN} = \frac{3}{4} \overline{AC}$. Chứng minh $DN \perp MN$.

b) Cho điểm M nằm trong $\triangle ABC$. Gọi t_a, t_b, t_c là độ dài các đường trung tuyến kẻ từ M của các tam giác MBC, MCA, MAB. R_a, R_b, R_c lần lượt là độ dài các đoạn MA, MB, MC. Chứng minh rằng:

$$R_a + R_b + R_c \leq 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{t_a^2 + t_b^2 + t_c^2}$$

Câu 5. (1,5 điểm) Cho a,b,c là các số thực không âm thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = (a^2 - ab + b^2)(b^2 - bc + c^2)(c^2 - ca + a^2)$

.....Hết.....