

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

Thời gian :180 phút (không kể thời gian giao đề)  
(Đề thi có 1 trang, gồm 5 bài)

Ngày thi: 10 tháng 10 năm 2022

**Bài 1 (2 điểm)** Giải phương trình  $3\sqrt{3x-2} = x^3 - 2$

**Bài 2 (3 điểm)**

a) Cho điểm D nằm trong tam giác ABC và AD kéo dài cắt cạnh BC tại điểm M. Biết rằng

$$\overrightarrow{AD} = x \cdot \overrightarrow{AB} + y \cdot \overrightarrow{AC}. \text{ Chứng minh rằng } \frac{MB}{MC} = \frac{y}{x}$$

b) Cho tam giác nhọn ABC có hai đường cao BE và CF cắt nhau tại H. Một điểm K nằm trên cạnh BC, vẽ KM và KN lần lượt là đường kính của các đường tròn (BFK) và (CEK). Chứng minh rằng M, H, N thẳng hàng.

**Bài 3 (2 điểm)** Tìm tất cả các cặp số nguyên tố (p,q) thỏa mãn  $p^2 - p + 1 = q^3$

**Bài 4 (2 điểm)** Ba người A, B, C chơi một cỗ bài gồm 3 quân. Trên mỗi quân bài có in một số nguyên. Ba số nguyên p, q, r ấy thỏa mãn điều kiện  $0 < p < q < r$ . Mỗi người được phát 1 quân bài và nhận được một số que bằng số in trên quân bài ấy. Sau đó các quân bài được thu lại và xáo trộn và được phát lại, còn các người chơi vẫn giữ lại số que đã nhận được. Sau một số  $N > 2$  lượt phát, A nhận được cả thảy 20 que, B nhận được 10 que, C nhận được 9 que. Biết rằng B nhận được r que trong lượt phát cuối cùng. Hỏi ai nhận được q que trong lượt phát đầu tiên ?

**Bài 5 (1 điểm)** Cho  $a, b, c, d$  là các số thực dương thỏa mãn  $a \geq b \geq c \geq d$  và  $abcd = 1$ . Chứng minh rằng

$$\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} + \frac{3}{d+1} \geq 3$$

Hết

