

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian :180 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi có 1 trang, gồm 5 bài)

Ngày thi: 20 tháng 3 năm 2023

Bài 1 (2 điểm) Cho parabol (P): $y = x^2 + 2x + 3$ và đường thẳng (d): $y = m$ (m là tham số).

a) Tìm điều kiện của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Khi đó hãy tìm tập hợp điểm M là trung điểm của đoạn AB.

b) Tìm m để độ dài của đoạn AB bằng $\sqrt{2023}$.

Bài 2 (3 điểm) a) Giải phương trình $\sqrt{3x+1} + \sqrt{5x+4} = -3x^2 - x + 3$

b) Giải bất phương trình $(x^2 - 3x + 2)(x^2 - 12x + 32) \leq 4x^2$

c) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + x^3y - xy^2 + xy - y = 1 \\ x^4 + y^2 - xy(2x - 1) = 1 \end{cases}$$

Bài 3 (1 điểm) Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7 sẽ tạo ra được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau và phải chứa cả hai chữ số 5 và 7 ?

Bài 4 (3 điểm) a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có các đỉnh A(0;2), B(-2;-2), C(4;-2). Gọi M và N là trung điểm của các cạnh AB và BC, H là chân đường cao kẻ từ B. Tìm phương trình của đường tròn đi qua ba điểm M, N, H.

b) Tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O,R) và có trực tâm là H, trọng tâm là G, D là trung điểm của đoạn HG. Chứng minh rằng $DA^2 + DB^2 + DC^2 = 3R^2$

c) Tam giác ABC có $BC = a, CA = b, AB = c (b \neq c)$, độ dài của ba đường trung tuyến thỏa mãn $2m_a^2 = m_b^2 + m_c^2$. Gọi O và G là tâm đường tròn ngoại tiếp và trọng tâm của tam giác ABC, M là trung điểm của cạnh BC. Chứng minh rằng góc MGO vuông.

Bài 5 (1 điểm) Cho hai số thực x, y khác 0 và thỏa mãn $(x + y)xy = x^2 + y^2 - xy$. Tìm giá

trị lớn nhất của $A = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3}$

Hết

