

Tổng quan về các bài thi trong đề

TT	Tên bài	File Chương trình	File dữ liệu	File kết quả	Điểm
1	Biến đổi số	DTRANS.CPP	DTRANS.INP	DTRANS.OUT	2,5
2	Đếm số đường đi	RMOVE.CPP	RMOVE.INP	RMOVE.OUT	2,5
3	Xây cầu	BRIDGES.CPP	BRIDGES.INP	BRIDGES.OUT	2,5
4	Đếm cặp	NPAIRS.CPP	NPAIRS.INP	NPAIRS.OUT	2,5

Viết chương trình giải các bài toán sau:

**Bài 1. Biến đổi số**

Cho số nguyên dương  $x$ . Ta có thể biến đổi số  $x$  thành số nguyên một chữ số theo qui trình như sau: Đầu tiên lấy tổng các chữ số trong hệ đếm cơ số 10 của  $x$ , thu được  $x_1$ ; nếu  $x_1 > 9$  lại lấy tổng các chữ số trong hệ đếm cơ số 10 được  $x_2$ ; nếu  $x_2 > 9$  thì tiếp tục lấy tổng các chữ số của  $x_2$  được  $x_3, \dots$ . Quá trình này sẽ dừng lại khi thu được số  $x_k \leq 9$ . Ký hiệu  $f(x) = x_k$

Ví dụ với số  $x = 197$ . Tại bước đầu tiên ta được  $x_1 = 1 + 9 + 7 = 17$ , tại bước thứ hai ta được:  $x_2 = 1 + 7 = 8$ . Như vậy  $f(197) = 8$ .

**Yêu cầu:** Hãy thực hiện  $Q$  truy vấn, truy vấn thứ  $i$  có dạng hai số nguyên dương  $L_i, R_i$  ( $L_i \leq R_i$ ) với yêu cầu tính tổng:

$$f(L_i) + f(L_{i+1}) + \dots + f(R_i)$$

**Dữ liệu:** Nhập vào từ file văn bản DTRANS.INP

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương  $Q$  ( $Q \leq 100$ ) - số lượng truy vấn
- $Q$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  chứa hai số nguyên dương  $L_i, R_i$  ( $1 \leq L_i \leq R_i \leq 2^{60}$ ) mô tả truy vấn thứ  $i$  ( $i = 1 \div n$ )

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản DTRANS.OUT

Gồm  $Q$  dòng, dòng thứ  $i$  ghi một số nguyên là kết quả thực hiện của truy vấn thứ  $i$

**Ràng buộc:**

- Có 20% số test ứng với 20% số điểm của bài có  $1 \leq L_i \leq R_i \leq 9$
- 60% số test tiếp theo ứng với 60% số điểm của bài có  $R_i - L_i \leq 1000$
- 20% số test còn lại không có ràng buộc bổ sung

**Ví dụ:**

DTRANS . INP	DTRANS . OUT
2	19
9 13	17
44 45	

**Bài 2. Đếm số đường đi (2,5 điểm)**

Sân trường Nguyễn Trãi có thể được mô tả như một hình chữ nhật gồm  $M$  hàng và  $N$  cột. Các hàng đánh số 1, 2, ...,  $M$  từ trên xuống dưới và các cột đánh số 1, 2, ...,  $N$  từ trái qua phải; ô nằm ở giao của hàng  $i$ , cột  $j$  được ký hiệu là  $(i, j)$ .

Để thử nghiệm chuyển động của một robot tham dự kỳ thi sáng tạo KHKT của tỉnh, Linh điều khiển robot này xuất phát từ ô  $(1,1)$  và di chuyển đến ô  $(M, N)$ . Tại mỗi bước, khi robot đang đứng

tại ô  $(i, j)$  nó chỉ có thể di chuyển đến một trong ba ô tiếp theo là  $(i, j + 1)$ ,  $(i + 1, j)$ ,  $(i + 1, j + 1)$  nếu những ô này vẫn còn nằm trong hình chữ nhật.

**Yêu cầu:** Hãy xác định có bao nhiêu hành trình khác nhau robot có thể thực hiện để di chuyển từ ô  $(1,1)$  đến ô  $(M, N)$ . Hai hành trình được gọi là khác nhau nếu như số bước di chuyển khác nhau hoặc tồn tại một ô xuất hiện trong hành trình này nhưng không xuất hiện trong hành trình kia.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản RMOVE.INP gồm một dòng chứa hai số nguyên dương  $M, N$  ( $1 \leq M, N \leq 10^7$ ) cách nhau ít nhất một dấu cách (space)

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản RMOVE.OUT một số nguyên là số cách di chuyển tìm được. Do con số này có thể rất lớn nên bạn chỉ cần in phần dư của chúng khi chia cho  $10^9+7$ .

**Ràng buộc:**

- Có 50% số test ứng với 50% số điểm của bài có  $M, N \leq 10$
- 25% số test tiếp theo, ứng với 25% số điểm của bài có  $M, N \leq 1000$
- 15% số test tiếp theo, ứng với 15 số điểm của bài có  $M, N \leq 10^5$
- 10% số test còn lại không có ràng buộc bổ sung.

**Ví dụ:**

RMOVE . INP	RMOVE . OUT
2 3	5

**Giải thích:** Các hành trình có thể có là:

- $(1,1) \rightarrow (1,2) \rightarrow (1,3) \rightarrow (2,3)$
- $(1,1) \rightarrow (1,2) \rightarrow (2,3)$
- $(1,1) \rightarrow (1,2) \rightarrow (2,2) \rightarrow (2,3)$
- $(1,1) \rightarrow (2,2) \rightarrow (2,3)$
- $(1,1) \rightarrow (2,1) \rightarrow (2,2) \rightarrow (2,3)$

### BÀI 3. Xây cầu (2,5 điểm)

Hai nước Alpha và Beta nằm ở hai bên bờ sông Omega. Alpha nằm ở bờ Bắc và có  $M$  thành phố được đánh số từ 1 đến  $M$ , Beta nằm ở bờ Nam và có  $N$  thành phố được đánh số từ 1 đến  $N$  (theo vị trí từ Đông sang Tây). Hiện tại đã có sẵn  $K$  cây cầu, mỗi cây cầu nối giữa một thành phố của Alpha với một thành phố của Beta, các cây cầu này không cắt nhau.

Mỗi thành phố của nước này thường quan hệ kết nghĩa với một số thành phố của nước kia. Để tăng cường tình hữu nghị, hai nước muốn xây dựng thêm các cây cầu bắc qua sông, mỗi cây cầu là nhịp nối giữa hai thành phố kết nghĩa. Tất nhiên là *các cây cầu mới được xây dựng không cắt nhau và không cắt K cây cầu hiện có*.

**Yêu cầu:** Hãy cho biết số cầu tối đa mà hai nước có thể xây dựng thêm thỏa mãn điều kiện nói trên.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản BRIDGES.INP

- Dòng thứ nhất chứa 3 số  $M, N, K$  ( $0 \leq M, N \leq 1000$ ;  $0 \leq K \leq 100$ ).
- $K$  dòng tiếp theo mỗi dòng chứa 2 số nguyên dương  $x$  và  $y$  thể hiện đã có cầu nối giữa thành phố  $x$  của nước Alpha với thành phố  $y$  của nước Beta ( $1 \leq x \leq M, 1 \leq y \leq N$ ). Dữ liệu đảm bảo rằng  $K$  cây cầu này không cắt nhau.
- Dòng tiếp theo chứa số nguyên dương  $P$  ( $P \leq 10^5$ ) là số cặp thành phố kết nghĩa
- $P$  dòng tiếp theo mỗi dòng chứa hai số nguyên dương  $i$  và  $j$  thể hiện thành phố  $i$  của nước Alpha kết nghĩa với thành phố  $j$  của nước Beta ( $1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N$ ). Không có hai cặp thành phố kết nghĩa nào được liệt kê hơn một lần

Hai số liên tiếp nhau trên một dòng của file dữ liệu vào cách nhau ít nhất một dấu cách (space).

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản BRIDGES.OUT gồm một số nguyên duy nhất là số cầu tối đa mà hai nước có thể xây thêm.

**Ràng buộc:**

- Có 40% số test ứng với 40% số điểm của bài có  $P \leq 20, K = 1$
- 40% số test tiếp theo ứng với 30% số điểm của bài có  $K = 0$
- 20% số test còn lại không có ràng buộc bổ sung

**Ví dụ:**

BRIDGES . INP	BRIDGES . OUT
3 4 1	1
3 3	
3	
2 4	
3 1	
1 2	

#### **Bài 4. Đếm cặp (2,5 điểm)**

Cho hai số nguyên dương  $N$  và  $M$ . Viết chương trình đếm xem có bao nhiêu cặp ( $1 \leq a < b \leq N$ ) có tổng chia hết cho  $M$ ?

**Dữ liệu:** Nhập vào từ file văn bản NPAIRS.INP

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương  $T$  ( $T \leq 10^5$ ) là số lượng bộ dữ liệu
- Tiếp theo là  $T$  dòng, mỗi dòng chứa hai số nguyên dương  $N, M$  ( $1 \leq N, M \leq 10^9$ ) cách nhau một dấu trống (space) mô tả một bộ dữ liệu.

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản NPAIRS.OUT gồm  $T$  dòng, dòng thứ  $i$  ghi một số nguyên là kết quả tìm được cho bộ dữ liệu thứ  $i$  trong file dữ liệu.

**Ràng buộc:**

- Có 30% số test ứng với 30% số điểm của bài có  $T = 1, N \leq 5000$
- 40% số test tiếp theo ứng với 40% số điểm của bài có  $T = 1, M \leq 10^6$
- 30% số test còn lại không có ràng buộc bổ sung

**Ví dụ**

NPAIRS . INP	NPAIRS . OUT
3	1
2 3	2
4 3	0
1 6	

---HẾT---

*Giám thị coi thi không giải thích gì thêm!*