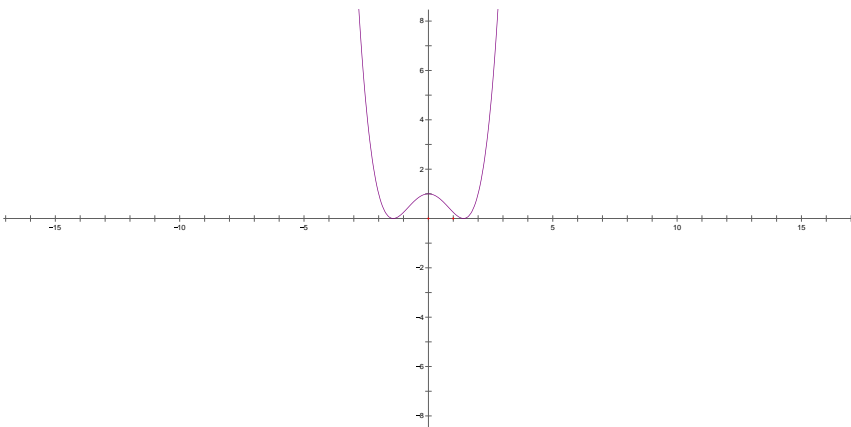


## HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

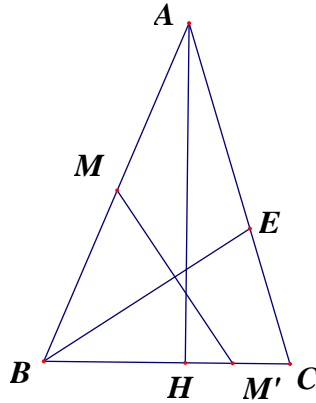
Câu	ý	Nội Dung	Điểm																		
<b>I</b>			<b>2</b>																		
	<b>1</b>	Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số	<b>1</b>																		
		$y' = x^3 - 2x = x(x^2 - 2) \text{ , } y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2} < x < 0 \\ x > \sqrt{2} \end{cases} \text{ .Vậy hàm số đồng biến trên khoảng } (-\sqrt{2}; 0) \text{ và } (\sqrt{2}; +\infty) \text{ nghịch biến trên khoảng } (-\infty; -\sqrt{2}) \text{ và } (0; \sqrt{2})$	0,25																		
		Hàm số đạt cực đại tại $x=0; y_{CD} = 1$ . Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\pm\sqrt{2}; y_{CT} = 0$	0,25																		
		Bảng biến thiên <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\sqrt{2}</math></td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;"><math>\sqrt{2}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>y'</math></td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>y</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\searrow</math></td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;"><math>\searrow</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$	$y'$	-	0	+	-	0	$y$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\searrow$	$+\infty$	0,25
x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$																
$y'$	-	0	+	-	0																
$y$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\searrow$	$+\infty$																
			0,25																		
	<b>2</b>	Tìm điểm M thuộc (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai trục tọa độ nhỏ nhất.	<b>1</b>																		
		Giả sử $M(x, y) \in (C) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x^4 - x^2 + 1$ Khi đó tổng khoảng cách từ M đến hai trục tọa độ là $d =  x  +  y  =  x  + \left  \frac{1}{4}x^4 - x^2 + 1 \right  =  x  + \frac{1}{4}x^4 - x^2 + 1 = f(x)$ Vì f(x) là hàm chẵn nên $d_{\min} = \min_{x \geq 0} f(x)$ . Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^2 + x + 1$ với $x \geq 0$ . Có $f'(x) = x^3 - 2x + 1 = (x-1)(x^2 + x - 1)$ . $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$	0,25																		
			0,25																		

Ta có bảng biến thiên		0,25
x	0 $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ 1 $+\infty$	
f'	+                      0                      -                      0                      +	
f		0,25
Vậy $d_{\min} = \min_{x \geq 0} f(x) = 1 \Leftrightarrow x = 0 \Leftrightarrow M(0;1)$		0,25

<b>II</b>	1)	Giải phương trình sau: $(1 + \tan x)(1 - \sin 2x) = 1 - \tan x$	<b>1</b>
		ĐK: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$	0,25
		$\text{pt} \Leftrightarrow \left(1 + \frac{\sin x}{\cos x}\right)(\cos^2 x + \sin^2 x - 2\sin x \cos x) = 1 - \frac{\sin x}{\cos x}$ $\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(\cos x - \sin x)^2 = \cos x - \sin x$ $\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)[(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x) - 1] = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x - \sin x = 0 \\ \cos 2x = 1 \end{cases}$	0,25
		Với $\cos x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$	0,25
		Với $\cos 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$	0,25
	2	Giải bất phương trình : $4\log_4^2 x > \log_2 x \cdot \log_2(\sqrt{2x+1}-1)$ .	<b>1</b>
		Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ 2x + 1 \geq 0 \\ \sqrt{2x+1} > 1 \end{cases}$	0,25
		bpt $\Leftrightarrow 4\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right)^2 > \log_2 x \log(\sqrt{2x+1}-1) \Leftrightarrow \log_2^2 x - \log_2 x \cdot \log_2(\sqrt{2x+1}-1) > 0$	0,25

	<p>Ta thấy : <math>(x+1)^2 &gt; 2x+1; \forall x &gt; 0</math></p> <p><math>\Rightarrow x+1 &gt; \sqrt{2x+1} \Rightarrow x &gt; \sqrt{2x+1}-1</math></p> <p><math>\Rightarrow \log_2 x &gt; \log_2(\sqrt{2x+1}-1)</math></p> <p><math>\Rightarrow \log_2 x - \log_2(\sqrt{2x+1}-1) &gt; 0</math></p> <p>Do đó <math>bpt \Leftrightarrow \log_2 x &gt; 0 \Leftrightarrow x &gt; 1</math></p>	0,25
		0,25
<b>III</b>	Tính tích phân sau: $I = \int_0^1 x(e^x + \sqrt{1+x}) dx$	<b>1</b>
	Có $I = \int_0^1 xe^x dx + \int_0^1 x\sqrt{1+x} dx$	0,25
	<p style="text-align: center;"><math>x = u</math></p> <p>Xét <math>I_1 = \int_0^1 xe^x dx</math>. Đặt <math>e^x dx = dv</math></p> <p><math>\Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases} \Rightarrow I_1 = xe^x \Big _0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - e^x \Big _0^1 = 1</math></p>	0,25
	<p>Xét <math>I_2 = \int_0^1 x\sqrt{1+x} dx = \int_0^1 [(1+x)\sqrt{1+x} - \sqrt{1+x}] dx =</math></p> <p><math>\int_0^1 (1+x)^{\frac{3}{2}} dx - \int_0^1 (1+x)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{5}(1+x)^{\frac{5}{2}} \Big _0^1 - \frac{2}{3}(1+x)^{\frac{3}{2}} \Big _0^1</math></p> <p><math>= \frac{4\sqrt{2}}{15} + \frac{4}{15}</math></p> <p>Vậy <math>I = 1 + \frac{4\sqrt{2}}{15} + \frac{4}{15} = \frac{4\sqrt{2}+19}{15}</math></p>	0,25
<b>IV</b>	<p>Cho hình chóp SABCD có đáy là hình bình hành, <math>AD = 4a</math>; các cạnh bên đều bằng <math>a\sqrt{6}</math>.</p> <p>Biết thể tích khối chóp bằng <math>\frac{8}{3} a^3</math>. Tính cosin của góc tạo bởi mặt bên SCD và mặt đáy.</p>	<b>1</b>

		Cho H là hình chiếu của S trên mp(ABCD). Do SA=SB=SC=SD= $a\sqrt{6}$ nên HA=HB=HC=HD. Vậy hnh ABCD có H là tâm đường tròn ngoại tiếp nên ABCD là hcn.	0,25
		Đặt CD=x. Ta có $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{16a^2 + x^2}$ $\Rightarrow SH = \sqrt{SC^2 - CH^2} = \sqrt{6a^2 - \frac{1}{4}(16a^2 + x^2)} = \sqrt{2a^2 - \frac{x^2}{4}}$ Vậy $V_{SABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \sqrt{2a^2 - \frac{x^2}{4}} \cdot 4a \cdot x$	0,25
		Theo bài ra ta có $\frac{4}{3} ax \sqrt{2a^2 - \frac{x^2}{4}} = \frac{8a^3}{3}$ $\Leftrightarrow x \sqrt{2a^2 - \frac{x^2}{4}} = 2a^2 \Leftrightarrow x^2 (2a^2 - \frac{x^2}{4}) = 4a^4$ $\Leftrightarrow \frac{x^4}{4} - 2a^2 x^2 + 4a^4 = 0 \Leftrightarrow (\frac{x^2}{2} - 2a^2)^2 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 = 4a^2 \Leftrightarrow x = 2a$	0,25
		Lấy K là trung điểm của CD. Khi đó $HK \perp CD$ và $SK \perp CD$ . Ta có $((SCD); (ABCD)) = \widehat{SKH}$ Ta có $HK = \frac{1}{2} AD = 2a; SH = a; SK = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}$ . Vậy $\cos \widehat{SKH} = \frac{HK}{SK} = \frac{2}{\sqrt{5}}$	0,25
<b>V</b>		Tìm số phức có modun nhỏ nhất thỏa mãn $ z-3  =  z-2-i $ .	<b>1</b>
		$ z-3  =  z-2-i $ Đặt $z = x + yi$ ( $x; y \in \mathbb{R}$ ) Ta có $\Leftrightarrow  x-3+yi  =  x-2+(y-1)i $ $\Leftrightarrow (x-3)^2 + y^2 = (x-2)^2 + (y-1)^2$ $\Leftrightarrow 2x-2y-4=0 \Leftrightarrow x = y+2$	0,5
		Vậy $ z  = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(y+2)^2 + y^2} \geq \sqrt{2}$ , đt xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 1 \end{cases}$ Vậy $\min  z  = \sqrt{2} \Leftrightarrow z = 1-i$	0,5
<b>VI</b>	<b>1</b>	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta ABC$ đường cao AH có pt $3x+4y+10=0$ đường phân giác trong BE có pt $x-y+1=0$ . Điểm $M(0;2)$ nằm trên đường thẳng AB và $\frac{BA}{BC} = \frac{7}{4}$ . Tìm tọa độ A,B,C.	<b>1</b>



Lấy điểm  $M'$  đối xứng với  $M$  qua  $BE$ . Do  $M \in AB$  nên  $M' \in BC$ .  
Do  $MM' \perp BE$  nên pt( $MM'$ ):  $(x-0)+(y-2)=0 \Leftrightarrow x+y-2=0$

Gọi  $I = MM' \cap BE \Rightarrow$  tọa độ  $I$  tm  $\begin{cases} x+y-2=0 \\ x-y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$  . Vậy  $I(\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$

0,25

$I$  là trung điểm  $MM'$  nên  $\begin{cases} x_{M'}=1 \\ y_{M'}=1 \end{cases}$ . Vậy  $M'(1;1)$

$BH \perp AC$  nên pt (BC) là:  $4(x-1)-3(y-1)=0 \Leftrightarrow 4x-3y-1=0$

$B = BE \cap BC$  nên tọa độ  $B$  là nghiệm của hệ  $\begin{cases} 4x-3y-1=0 \\ x-y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow B(4;5)$

0,25

$\overrightarrow{BM}(-4; -3)$  là véc tơ chỉ phương của đt  $AB \Rightarrow \vec{n}_{AB}(3; -4) \Rightarrow pt(AB): 3x-4y+8=0$

$A = AB \cap AH \Rightarrow$  tọa độ của  $A$  là  $A(-3; -\frac{1}{4})$

0,25

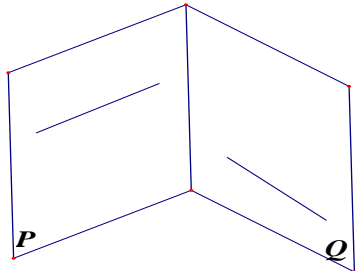
Theo tc đường phân giác  $\frac{EA}{EC} = \frac{BA}{BC} = \frac{7}{4} \Rightarrow \overrightarrow{EA} = -\frac{7}{4} \overrightarrow{EC}$ ,  $E \in BE$  nên  $E(t; t+1)$

pt tham số của (BC):  $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1+4t \end{cases}$

$\overrightarrow{EA} = (-3-t; -\frac{1}{4}-t-1)$ ,  $\overrightarrow{EC}(1+3t'-t; 4t'-t)$

Ta có  $\begin{cases} -3-t = \frac{-7}{4}(1+3t'-t) \\ \frac{-5}{4}-t = \frac{-7}{4}(4t'-t) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t'=0 \\ t=\frac{-5}{11} \end{cases}$ . Vậy  $C(1;1)$

0,25

2	<p>Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm <math>M(1,0,3)</math> và hai đường thẳng</p> $(d_1): \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases} \quad (d_2): \begin{cases} x = -t \\ y = -2 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ <p>Viết phương trình đường thẳng <math>\Delta</math> đi qua M và cắt cả 2 đường thẳng <math>d_1; d_2</math></p>	1
	<p><math>A(-1;1;2) \in d_1</math>  <math>B(0;-2;2) \in d_2</math> . Vtcp của <math>d_1; d_2</math> lần lượt là <math>u_1 = (2; -1; 3); u_2 = (-1; 2; -3)</math></p>  <p>Gọi (P) là mặt phẳng chứa <math>\Delta</math> và <math>d_1</math>, (Q) là mặt phẳng chứa <math>\Delta</math> và <math>d_2</math></p>	0,25
	$\overrightarrow{AM} = (2; -1; 1) \Rightarrow \overrightarrow{n_P} = (-2; -4; 0)$	0,25
	$\overrightarrow{BM} = (1; 2; 1) \Rightarrow \overrightarrow{n_Q} = (8; -2; -4)$	0,25
	<p>Vậy vtcp của <math>\Delta</math> là</p> $\vec{u} = [\vec{n_P}; \vec{n_Q}] = (-16; 8; -36) // (-4; 2; -9)$ <p>Pt đt <math>\Delta</math> là <math display="block">\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2t \\ z = 3 - 9t \end{cases}</math></p>	0,25
	<p>Ta có <math display="block">\frac{a^2 + 2}{\sqrt{a^2 + 1}} = \frac{a^2 + 1 + 1}{\sqrt{a^2 + 1}} = \sqrt{a^2 + 1} + \frac{1}{\sqrt{a^2 + 1}} \geq 2</math> đt xảy ra <math>\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + 1} = \frac{1}{\sqrt{a^2 + 1}} \Leftrightarrow a = 0</math></p>	0,5
	$\frac{b^2 + 6}{\sqrt{b^2 + 2}} = \frac{b^2 + 2 + 4}{\sqrt{b^2 + 2}} = \sqrt{b^2 + 2} + \frac{4}{\sqrt{b^2 + 2}} \geq 2 \cdot 2 = 4$ đt xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{b^2 + 2} = \frac{4}{\sqrt{b^2 + 2}} \Leftrightarrow b = \pm\sqrt{2}$ <p>Vậy <math display="block">\frac{a^2 + 2}{\sqrt{a^2 + 1}} + \frac{b^2 + 6}{\sqrt{b^2 + 2}} \geq 6</math> đt xảy ra <math>\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = \pm\sqrt{2} \end{cases}</math></p>	0,5

